

ОПТИМИЗАЦИОННЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ СТРУКТУРЫ ПРИСКВАЖИННОЙ ОБЛАСТИ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ КАРОТАЖНОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

Астракова А.С., Черный С.Г.

Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск

Ставится и решается задача определения структуры прискважинной области по результатам высокочастотного индукционного каротажного изопараметрического зондирования (ВИКИЗ). Предполагается, что скважина окружена несколькими цилиндрическими слоями, каждый из которых характеризуется внешним радиусом, удельным электрическим сопротивлением (УЭС) и диэлектрической проницаемостью (ДП). Распространение магнитного поля описывается уравнениями Максвелла, входными параметрами которых являются радиусы, УЭС и ДП. Из решения уравнений определяются разности фаз и амплитуд магнитного поля. Зная из ВИКИЗ эти величины, можно поставить обратную задачу определения радиусов слоев, УЭС и ДП каждого из слоёв, сформулировав её в виде оптимизационной задачи. В ней на наборе параметров структуры области решаются уравнения Максвелла, и минимизируется функционал отклонения между замерами и рассчитанными значениями разностей фаз и амплитуд. Другими словами, обратная задача состоит в подборе множества радиусов, УЭС и ДП для всех слоёв, обеспечивающих максимальное совпадение рассчитанных и замеренных характеристик. В настоящей работе оптимизационная обратная задача решается с помощью генетического алгоритма (ГА), проводится модификация его операторов селекции и рекомбинации, позволяющая избежать сходимость ГА к локальным минимумам и ускоряющая саму сходимость.

Ключевые слова: каротаж, обратные задачи, генетический алгоритм.

1. Структура прискважинной области

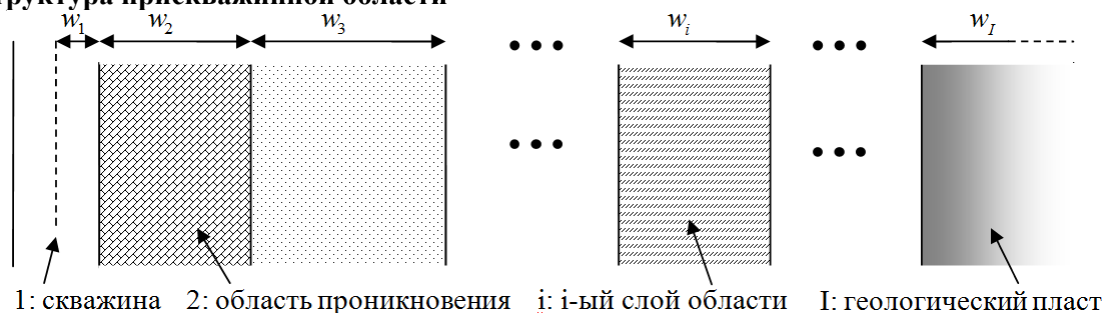


Рис. 1. Прискважинная область.

Реальная прискважинная область моделируется набором из I цилиндрических слоёв, включая саму скважину (рис. 1). Каждый её i -ый слой ($i = 1, \dots, I$) характеризуется шириной слоя w_i^e , УЭС ρ_i^e , ДП ε_i^e . У последнего слоя прискважинной области $w_I^e \equiv \infty$.

2. Высокочастотное индукционное каротажное изопараметрическое зондирование (ВИКИЗ)

В результате ВИКИЗ имеется вектор \mathbf{P}^e экспериментально полученных данных, зависящих от параметров слоёв пласта реальной прискважинной области

$$\mathbf{P}^e = (P_1^e, P_2^e, \dots, P_{2L}^e)^T = \mathbf{P}^e(w_1^e, w_2^e, \dots, w_{I-1}^e, \rho_1^e, \dots, \rho_I^e, \varepsilon_1^e, \dots, \varepsilon_I^e) \quad (1)$$

Вектор \mathbf{P}^e имеет размерность $2L$ и его компонентами являются $P_i^e = \begin{cases} \Delta\varphi_i, & i = 1, \dots, L; \\ A_{i-L}, & i = L+1, \dots, 2L; \end{cases}$

где $\Delta\varphi$ - разность фаз, A - относительная амплитуда магнитного поля, L - число зондов, участвующих в эксперименте.

3. Математическая модель решения прямой задачи

Входными данными прямой задачи являются параметры слоёв прискважинной области $w_1, \dots, w_{I-1}, \rho_1, \dots, \rho_I, \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_I$. Выходными данными является вектор $\mathbf{P} = \mathbf{P}(w_1, \dots, w_{I-1}, \rho_1, \dots, \rho_I, \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_I)$, имеющий те же самые компоненты, что и вектор \mathbf{P}^e в (1). В основу решения прямой задачи положены уравнения Максвелла в проводящей неоднородной среде:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \sigma \vec{E} + \vec{j}^{cm}, \quad \operatorname{rot} \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \vec{E} = 0, \quad \operatorname{div} \vec{H} = 0. \quad (2)$$

Здесь E и H – напряженности электрического и магнитного поля, $\sigma = 1/\rho$ – электрическая проводимость, \vec{j}^{cm} – сторонний ток, $\mu = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная проницаемость.

В цилиндрической системе координат уравнения (2) для аномального электромагнитного поля $E_\varphi^a = E_\varphi - E_\varphi^0$, где E_φ^0 – поле петли для однородной проводящей среды, приводятся к виду

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} E_\varphi^a + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r E_\varphi^a) \right) + k^2 E_\varphi^a = (k_0^2 - k^2) E_\varphi^0. \quad (3)$$

В (3) $k^2 = -k'^2 = -\omega^2 \mu \varepsilon - i \omega \mu \sigma$, $k_0^2 = -i \omega \mu \sigma_0$ – квадраты волновых чисел. Для (3) ставится задача Дирихле $E_\varphi^a|_{r=0} = 0$, $E_\varphi^a|_{r=R} = 0$, $E_\varphi^a|_{z=\pm Z} = 0$. Зная E_φ^a из (2), определяется вертикальная компонента магнитного поля для квазистационарного магнитного диполя h_z . Заключительным шагом решения прямой задачи является нахождение разности фаз и амплитуды

$$\Delta\varphi = \arctg \left(\frac{\operatorname{Im} h_z}{\operatorname{Re} h_z} \right), \quad A = \sqrt{(1 - \operatorname{Re} h_z)^2 + (\operatorname{Im} h_z)^2}. \quad (4)$$

В результате решения задачи для всех зондов определяется искомый вектор \mathbf{P} . Детали решения прямой задачи, а также определения $\Delta\varphi$ и A можно найти в [1,2].

4. Постановка обратной задачи определения структуры прискважинной области

По имеющимся экспериментально полученным данным \mathbf{P}^e (1) найти вектор параметров $\mathbf{x}^e = (w_1^e, w_2^e, \dots, w_{l-1}^e, \rho_1^e, \dots, \rho_l^e, \varepsilon_1^e, \dots, \varepsilon_l^e)$, задающий свойства реальной прискважинной области.

5. Оптимизационная формулировка обратной задачи

Найти значения параметров $\mathbf{x} = (w_1, \dots, w_{l-1}, \rho_1, \dots, \rho_l, \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_l) = (x_1, \dots, x_K)$, обеспечивающих минимальное отклонение между замеренными \mathbf{P}^e и рассчитанными величинами вектора $\mathbf{P}(\mathbf{x})$

$$\min_{\mathbf{x} \in \mathbf{X}} \|\mathbf{P}^e - \mathbf{P}(\mathbf{x})\|, \quad (5)$$

при наличии фазовых $\mathbf{X} = \{\mathbf{x} : x_i' \leq x_i \leq x_i''\}$ и геометрических ограничений. Норма в (5) есть

$$\|\mathbf{P}^e - \mathbf{P}(\mathbf{x})\| = \sqrt{\sum_{n=1}^{2L} \left(\frac{P_i^e - P_i(\mathbf{x})}{P_i^e \delta P_i^e} \right)^2}, \quad \text{где } \delta P_i^e \text{ - относительные ошибки измерения, определяемые из}$$

метеорологических характеристик аппаратуры.

6. Генетический алгоритм решения обратной задачи

В основу метода решения оптимизационной обратной задачи положен ГА, в соответствии с которым популяция индивидуумов меняется в течение нескольких поколений путём рекомбинации и мутации отдельных индивидуумов, подчиняясь при этом законам эволюционного отбора относительно предписанного критерия. В данной задаче индивидуумом будем называть набор параметров $(w_1, \dots, w_{l-1}, \rho_1, \dots, \rho_l, \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_l)$, определяющий свойства среды. Алгоритм описан и успешно показал себя на задачах, решаемых в работах [3,4]. В настоящей работе в связи со спецификой задачи предложены модификации метода, улучшающие его сходимость к глобальному минимуму. Эти модификации алгоритма будут рассмотрены на конкретных решаемых задачах.

7. Верификация

Разработанный метод верифицирован на тестовой задаче, в которой задано четыре слоя с известными их свойствами. Решена прямая задача при 9 зондах. Полученные значения вектора $\mathbf{P} = (P_1, \dots, P_{18})$ взяты в качестве \mathbf{P}^e для обратной задачи. Решение обратной задачи дало структуру, близкую к заданной.

8. Трехслойная модель прискважинной области

Решена задача для прискважинной области с тремя слоями $l = 3$, $K = 8$, $\mathbf{x} = (w_1, w_2, \rho_1, \rho_2, \rho_3, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3)$. Так как ДП не оказывает существенного влияния на экспериментальные данные \mathbf{P}^e , то они фиксируются на следующих значениях $\varepsilon_1 = 60$, $\varepsilon_2 = 20$, $\varepsilon_3 = 15$. Ширина w_1 и УЭС ρ_1 скважины также известные величины $w_1 = 0.31$, $\rho_1 = 2.0$ и не варьируются при решении оптимизационной задачи. Таким образом, в рассматриваемой трёхслойной модели варьируются три параметра среды $0.01 \leq w_2 \leq 2.392$, $0.01 \leq \rho_2 \leq 200$, $0.01 \leq \rho_3 \leq 200$. В табл. 1 приведены, используемые при решении обратной задачи компоненты вектора \mathbf{P}^e .

Таблица 1. Результаты ВИКИЗ для задачи с тремя слоями.

P_1^e	P_2^e	P_3^e	P_4^e	P_5^e	P_6^e	P_7^e	P_8^e	P_9^e	P_{10}^e	P_{12}^e	P_{14}^e	P_{16}^e	P_{18}^e
6.03	4.64	7.92	5.95	9.76	6.83	10.67	7.18	10.93	0.9449	0.9173	0.9079	0.9069	0.9069

Задавались следующие параметры ГА [3]: размер поколения $p = 1000$, параметр селекции, отвечающий за долю выбираемых индивидуумов $Tr = 0.1$, число поколений $N_{gen} = 100$. Было проведено 10 запусков, для всех них значения функционалов на найденных решениях $F \approx 0.0037$. Результаты решения трехслойных задач стабильны и были проверены при других значениях вектора \mathbf{P}^e .

При решении этой задачи замечено, что для $p = 100$ решение задачи легко находится, а при $p = 200$ скатывается к локальному минимуму. Анализ распределения функционала показал, что между глобальным минимумом и областью локального минимума находится область высокого значения, затрудняющая переход. Для того, чтобы сделать алгоритм более универсальным, рассматривались различные его модификации: введение функции качества по нишевому числу, зависимость параметра селекции от поколения, последовательное нахождение решения, используя предыдущий шаг. Наиболее эффективным и к тому же простым оказался подбор параметра селекции.

Ситуации, когда нет сходимости к точному решению задачи, можно избежать, изменяя значение параметра селекции Tr . В процессе создания поколения участвуют $Tr \cdot p$ (для $Tr = 0.3$, $p = 1000$, величина $Tr \cdot p = 300$) индивидуумов. Если это число велико, то лучший индивидуум редко выбирается на первых поколениях для рекомбинации. Когда же лучший индивидуум выбирается на последующих поколениях, то получившийся в результате рекомбинации индивидуум будет хуже индивидуумов в локальном минимуме. При уменьшении $Tr \cdot p$ алгоритм чаще выбирает лучший индивидуум, и он имеет больше шансов проявить себя.

Для различных значений Tr и $p = 1000$ были проведены по 4 оптимизационных запуска. В табл. 2. отображено число поколений требующихся для сходимости в зависимости от Tr . N_{gen}^{min} – минимальное число поколений из 4-х запусков, N_{gen}^{max} – максимальное, N_{gen}^{aver} – среднее арифметическое, ∞ - обозначает отсутствие сходимости в хотя бы одном из запусков.

Таблица 2.

Tr	N_{gen}^{min}	N_{gen}^{max}	N_{gen}^{aver}
0.3	∞	∞	∞
0.15	10	14	11.5
0.1	6	9	7.75
0.01	3	4	3.5

Таблица 3.

Tr	N_{gen}^{min}	N_{gen}^{max}	N_{gen}^{aver}
0.3	140	162	154.5
0.15	34	52	43.5
0.1	20	36	27.5
0.01	7	∞	∞

Чтобы подтвердить универсальность результата, для $p = 1000$ и различных значений Tr на другой трехслойной задаче была проведена аналогичная серия расчетов, приведенная в табл. 3.

Тем не менее, чрезмерное уменьшение параметра Tr может привести к потере индивидуумов, находящихся ближе к глобальному минимуму задачи. На рис. 2 приведен подобный пример для функции одной переменной. Поэтому рекомендуется первоначально задавать $Tr = 0.3$ и при сходимости поколения к локальному минимуму, уменьшать параметр селекции вдвое.

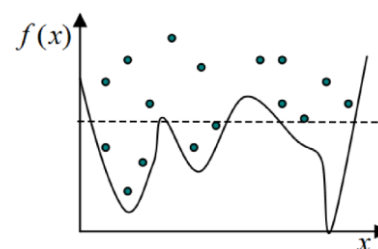


Рис. 2. Чрезмерное уменьшение параметра селекции.

9. Четырёхслойная модель прыскажинной области

Для прыскажинной области с четырьмя слоями число зон $I = 4$, число параметров $K = 11$,

$$\mathbf{x} = (w_1, w_2, w_3, \rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4).$$

Ширина w_1 и УЭС ρ_1 скважины известные величины $w_1 = 0.108$, $\rho_1 = 2.0$ и не варьируются при решении оптимизационной задачи. В рассматриваемой трёхслойной модели варьируются девять параметров среды (кроме ρ_1, w_1) с учетом фазовых и одного геометрического ограничений

$$0.01 \leq w_2, w_3 \leq 2.45, 1 \leq \rho_2, \rho_3, \rho_4 \leq 200, 5 \leq \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4 \leq 100, \sum_{i=1}^3 w_i < 2.45.$$

Необходимо найти параметры среды \mathbf{x} для результатов ВИКИЗ, приведенных в табл. 4.

Таблица 4. Результаты ВИКИЗ для задачи с четырьмя слоями.

P_1^e	P_2^e	P_3^e	P_4^e	P_5^e	P_6^e	P_7^e	P_8^e	P_9^e	P_{10}^e	P_{12}^e	P_{14}^e	P_{16}^e	P_{18}^e
5.4349	3.1934	4.9151	3.4606	5.6182	4.4638	7.4788	5.9832	9.9165	0.98101	0.95734	0.92940	0.90261	0.88634

Оператор рекомбинации рассмотренный в [3,4] имеет вид

$$\mathbf{x}^{s+1} = \mathbf{x}_i^s + \alpha(\mathbf{x}_i^s - \mathbf{x}_j^s), \alpha \in \text{RAND}[-d, 1+d], d = \text{const}, \quad (6)$$

$\mathbf{x}_i^s, \mathbf{x}_j^s$ ($i \neq j$) случайно выбираются из $Tr \cdot p$ лучших индивидуумов. Здесь и далее $d = 0.7$. Оператор не учитывает значения функционалов, вычисленных на индивидуумах-родителях $\mathbf{x}_i^s, \mathbf{x}_j^s$, что приводит к замедлению сходимости к глобальному минимуму. Рассмотренный в [5] оператор рекомбинации

$$\mathbf{x}_i^{s+1} = \mathbf{x}_i^s + \alpha \cdot \text{sign}(F_j - F_i)(\mathbf{x}_i^s - \mathbf{x}_j^s) + \beta \cdot \text{sign}(F_k - F_i)(\mathbf{x}_i^s - \mathbf{x}_k^s), \alpha, \beta \in \text{RAND}[0,1], \quad (7)$$

и предложенные в настоящей работе

$$\mathbf{x}_i^{s+1} = \mathbf{x}_i^s + \alpha \cdot \text{sign}(F_j - F_i)(\mathbf{x}_i^s - \mathbf{x}_j^s), \alpha \in \text{RAND}[0,1]; \quad (8)$$

$$\mathbf{x}^{s+1} = \mathbf{x}_i^s + \alpha(\mathbf{x}_i^s - \mathbf{x}_j^s), \text{ где } \alpha \in \text{RAND}[-d, 1+d], F(\mathbf{x}_i^s) < F(\mathbf{x}_j^s); \quad (9)$$

$$\mathbf{x}^{s+1} = \mathbf{x}_i^s + \alpha(\mathbf{x}_i^s - \mathbf{x}_j^s) + \beta(\mathbf{x}_i^s - \mathbf{x}_k^s), \text{ где } \alpha, \beta \in \text{RAND}[-d, 1+d], F(\mathbf{x}_i^s) < F(\mathbf{x}_j^s), F(\mathbf{x}_i^s) < F(\mathbf{x}_k^s) \quad (10)$$

избавлены от этого недостатка и значительно улучшают сходимость метода решения оптимизационной задачи.

Для каждого оператора рекомбинации (7-10) и для параметров $p = 1000$, $N_{gen} = 100$, $Tr = 0.1$ было рассмотрено по пять оптимизационных запусков. Для каждого варианта из 5 запусков взяты итоговые решения оптимизационных задач и значения функционалов на них, в табл. 5 приводятся

Таблица 5. Тестирование операторов рекомбинации.

	F^{\min}	F^{\max}	F^{aver}	N^δ
(7)	0.003169	0.043535	0.016776	3
(8)	0.107715	0.231705	0.137200	0
(9)	0.000932	0.002553	0.001914	5
(10)	0.001282	0.002268	0.001676	5

минимальное из пяти значений F^{\min} , максимальное из них F^{\max} и среднее арифметическое значение для пяти запусков F^{aver} , кроме того, приводится количество запусков N^δ , полученных с точностью $\delta = 0.005$. В итоге варианты (9) и (10) имеют схожее влияние на способность алгоритма находить глобальный минимум задачи, но (10) более экономичен по числу действий.

10. Заключение

Поставлена и решена оптимизационная задача определения структуры прискважинной области. Решение находится с помощью ГА, который модифицирован с целью улучшения его сходимости к глобальному минимуму за счет введения зависимости параметра селекции от количества индивидуумов в поколении и учета значений функционала на индивидуумах-родителях в операторе рекомбинации. Усовершенствованный ГА позволяет избежать сходимости его решения к локальным минимумам и ускоряет саму сходимость. Метод верифицирован на данных, полученных из решения прямой задачи с заданной структурой прискважинной области, и успешно показал себя при решении обратных задач с тремя и четырьмя околоскважинными слоями.

Литература

1. Технология исследования нефтегазовых скважин на основе ВИКИЗ. Методическое руководство/ Ельцов И.Н., Жмаев С.С., Петров А.Н. и др. / Ред. Эпов М.И., Антонов Ю.Н. Новосибирск: НИЦ ОИГТМ СО РАН. 2000. 122 с.
2. Нестерова Г.В., Суродина И.В. Интерпретация диаграмм зондов ВИКИЗ и БКЗ на основе 2D математического моделирования // Материалы Межд. конференции «Математические методы в геофизике ММГ-2008», 2008. С. 1-6.
3. Черный С.Г., Чирков Д.В., Лапин В.Н. и др. Численное моделирование течений в турбомашинах. Новосибирск: Наука, 2006. 202 с.
4. Lavrentiev M.M. Jr., Cherny S.G., Bannikov D.V., Astrakova A.S., Optimal sensor network on example: fast tsunami wave detection // Intern. Workshop of Destruction, Yokohama, Japan, 2007. P. 13-28.
5. Lipej A., Poloni C. Design of Kaplan runner using multiobjective genetic algorithm optimization // Journal of Hydraulic research. – Vol. 38, №1. – 2000. – P.73-79.